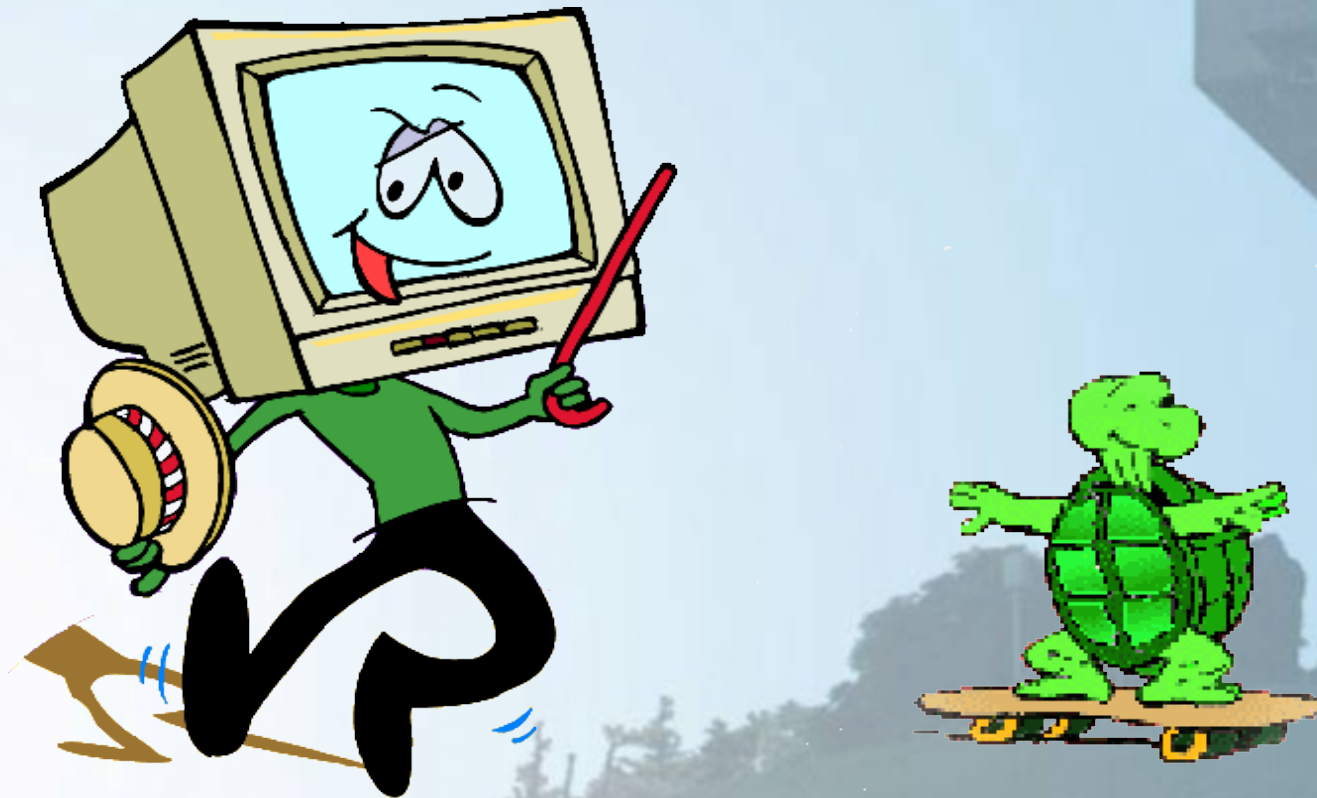


A la compu... ¿se le escapa la tortuga?

Dra. Isabel Méndez-Díaz
Departamento de Computación
FCEyN-UBA



¿Qué es un Problema Combinatorio?

- Es un problema en que deben contarse una cierta cantidad de posibilidades, casos, configuraciones, conjuntos, etc.
- El resultado es un número entero.



Ejemplo de Problema Combinatorio

¿De cuántas formas diferentes pueden sentarse n alumnos en un aula de n asientos?

Respuesta:

Las podemos recorrer de
 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \dots (n-2) \times (n-1) \times n$
maneras distintas



3.628.800

2.432.902.008.176.640.000

265.252.859.812.191.058.636.308.480.000.000

815.915.283.247.897.734.345.611.269.596.115.894.272.000.000.000

71569457046263802294811533723186532165584657342365752577109
44505822703925548014884266894486728081408000000000000000000

93326215443944152681699238856266700490715968264381621468592
96389521759999322991560894146397615651828625369792082722375
8251185210916864000000000000000000000000

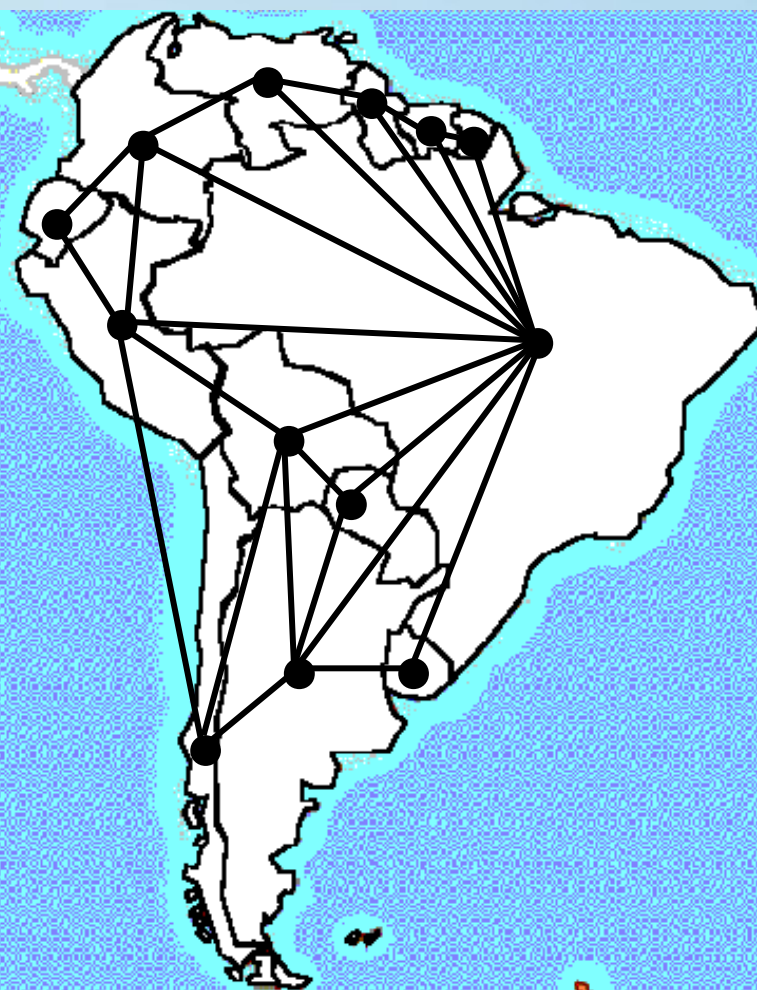
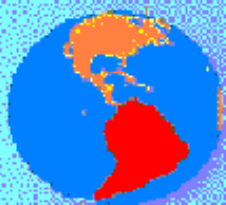
400!

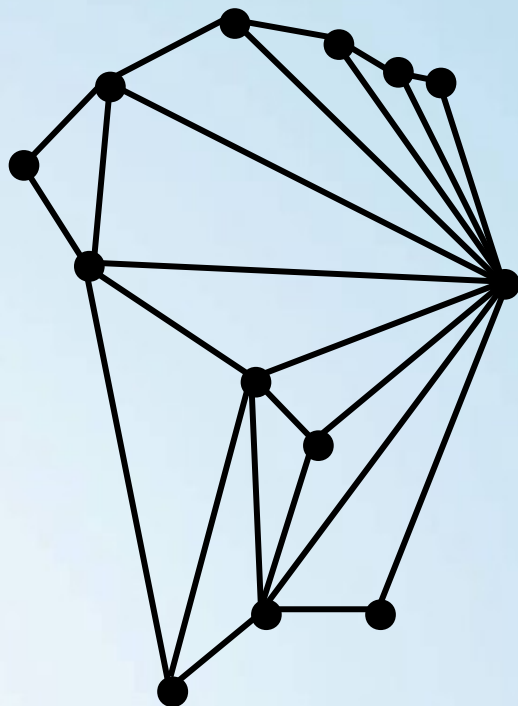
64034522846623895262347970319503005850702583026002
95945868444594280239716918683143627847864746326467
62943505750358568108482981628835174352289619886468
02997937341654150838162426461942352307046244325015
11444867089066277391491811733195599644070954967134
52904770203224349112107975932807951015453726672516
27877890009349763765710326350331533965349868386831
33935202437378815778679150631185870261827016981974
00629830253085912983461622723045583395207596115053
02236086810433297255194852674432232438669948422404
23259980555161063594237696139923191713406385899653
79701478272066063202173794720103213566246138090779
42304597360699567595836096158715129913822286578579
54936161765448045322200782581840084843641559122945
42753848035583745180226759000613995601455952061272
1119291810503249100800000000000000000000000000000000
000
000

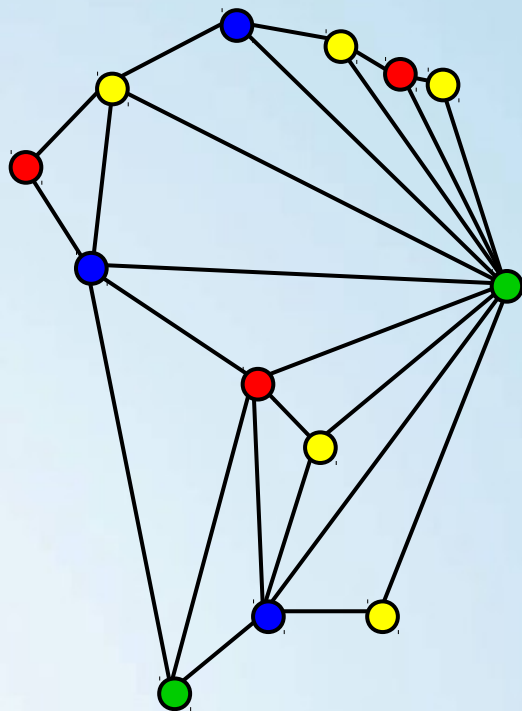
¿Qué es un Problema de Optimización Combinatoria?

- Es un problema en el cual, de un conjunto de objetos valuados con alguna función, se busca el objeto con “mejor” valor.
- Puede ser el objeto de máximo valor, de mínimo valor o alguna otra alternativa.





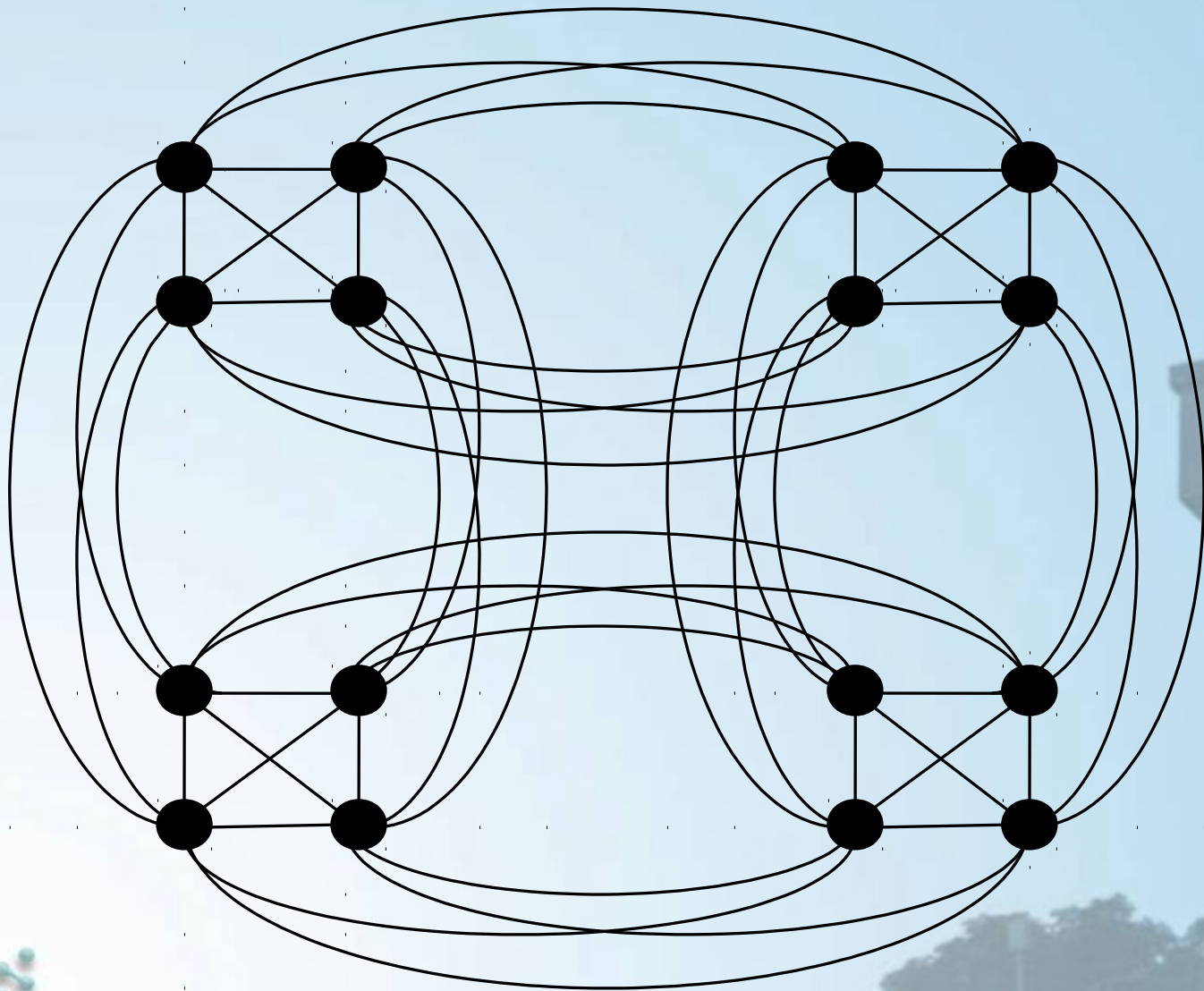


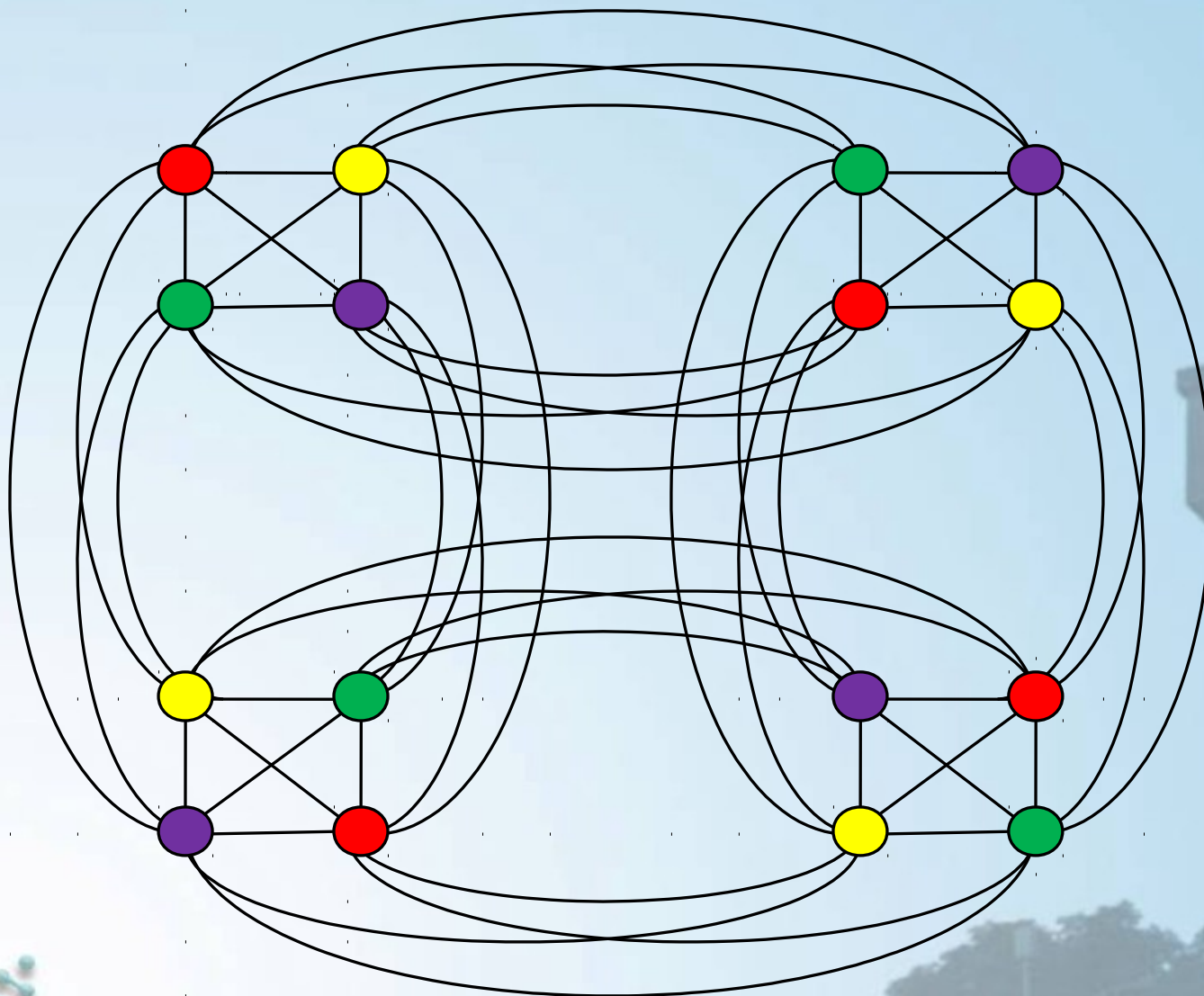




América del Sur







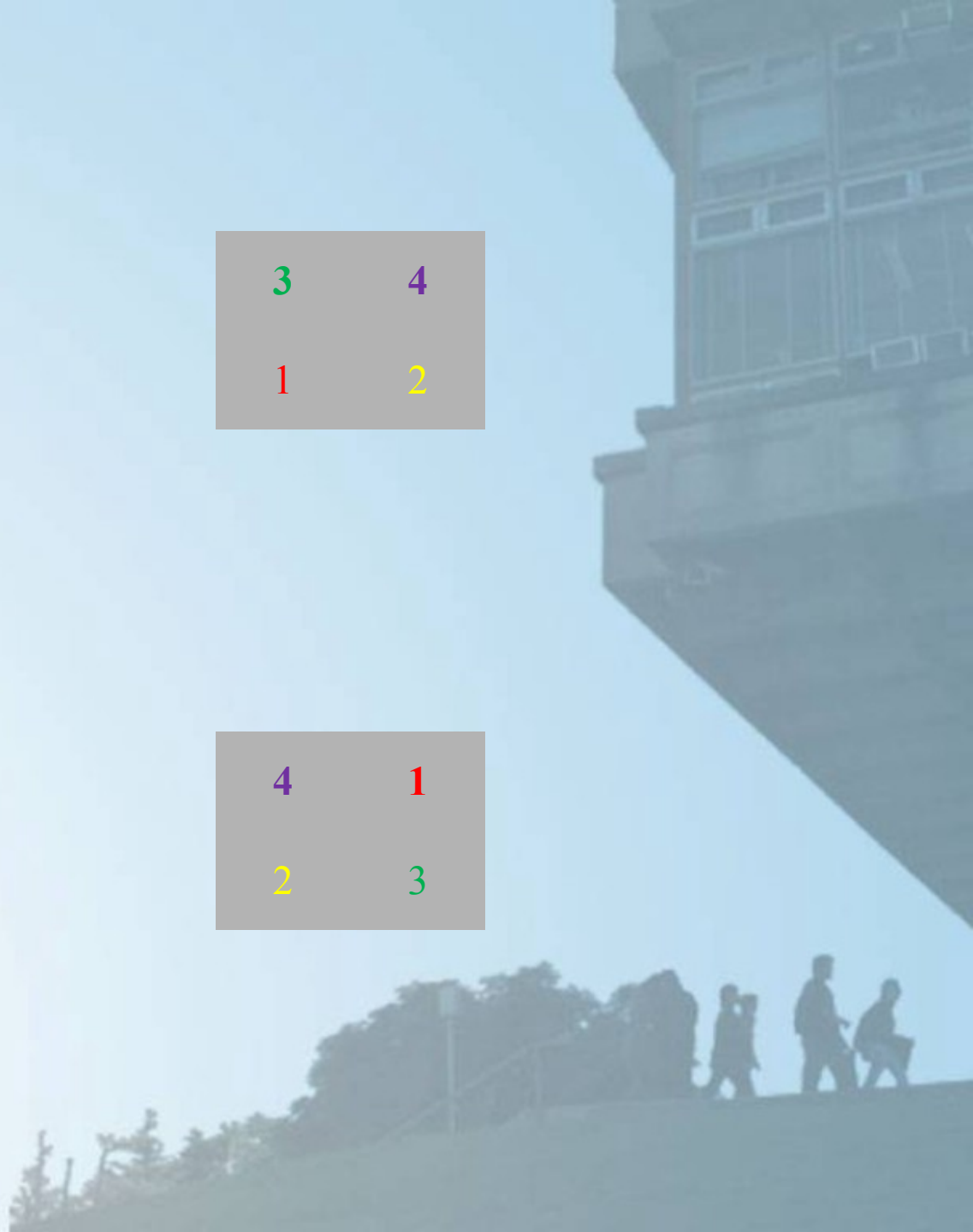


1	2
3	4

3	4
1	2

2	3
4	1

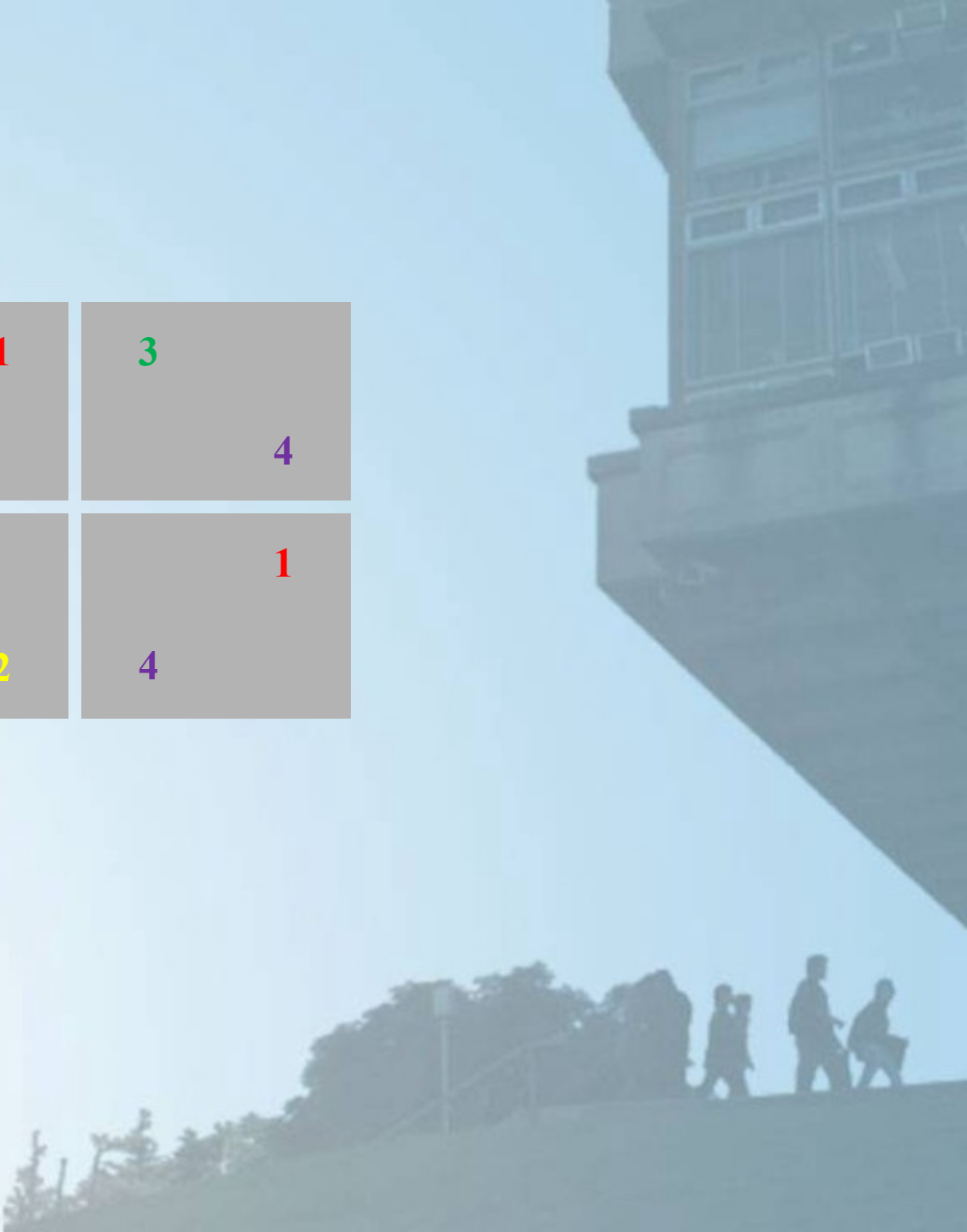
4	1
2	3

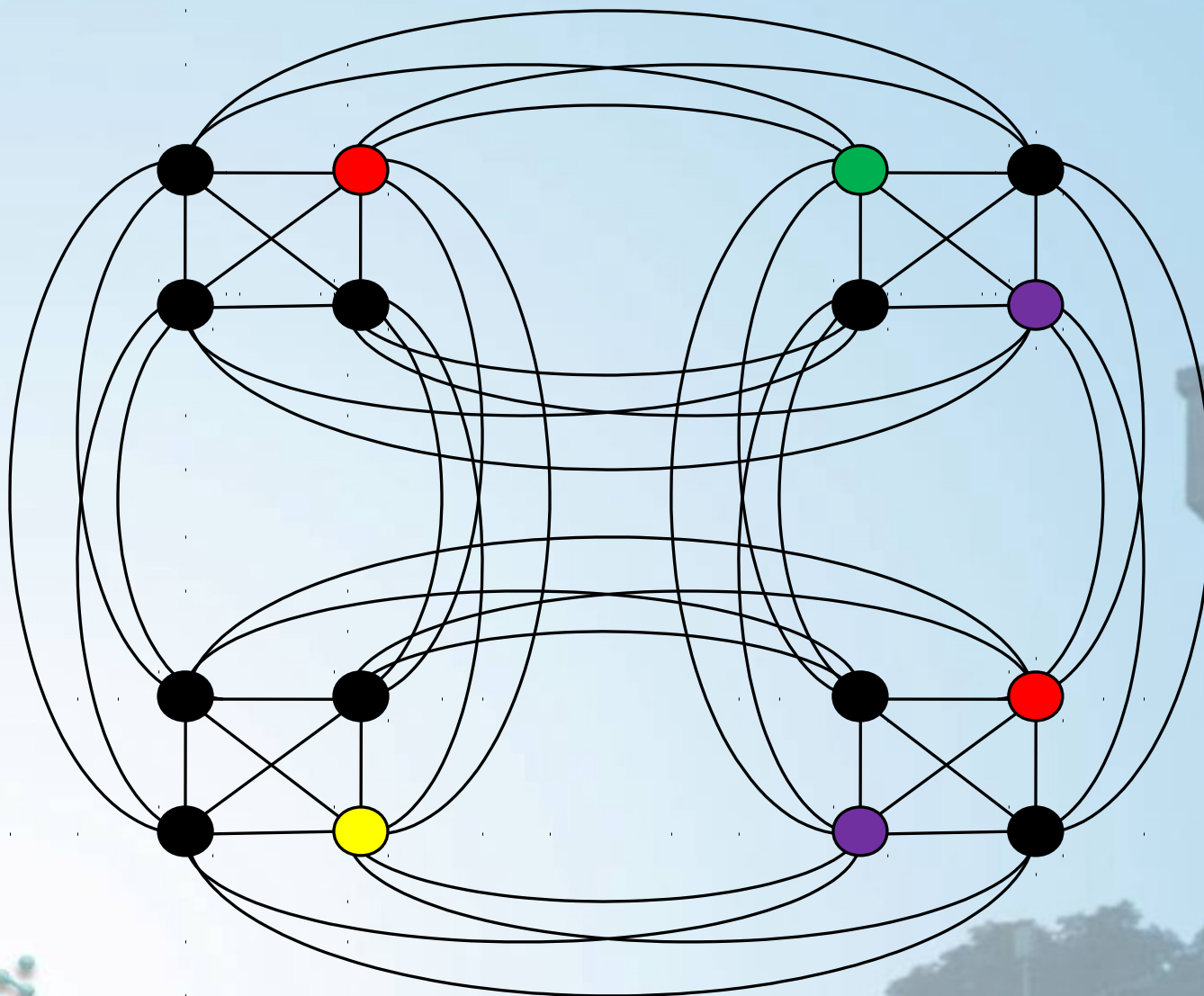


1	2	3	4
3	4	1	2
2	3	4	1
4	1	2	3



1	3 4
2	4 1





¿Qué pasa si quiero usar la mínima cantidad de colores?

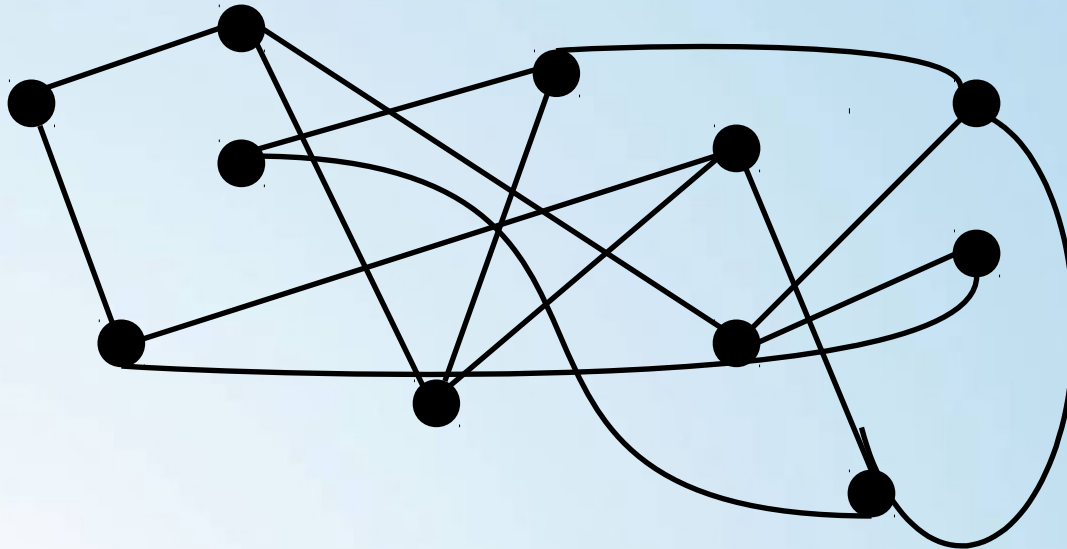
Alrededor de 1850, se conjeturó que 4 colores alcanzaban para pintar un mapa.

1890: 5 colores

1976: 4 colores



¿y en casos generales...?
Es un problema DIFÍCIL de resolver

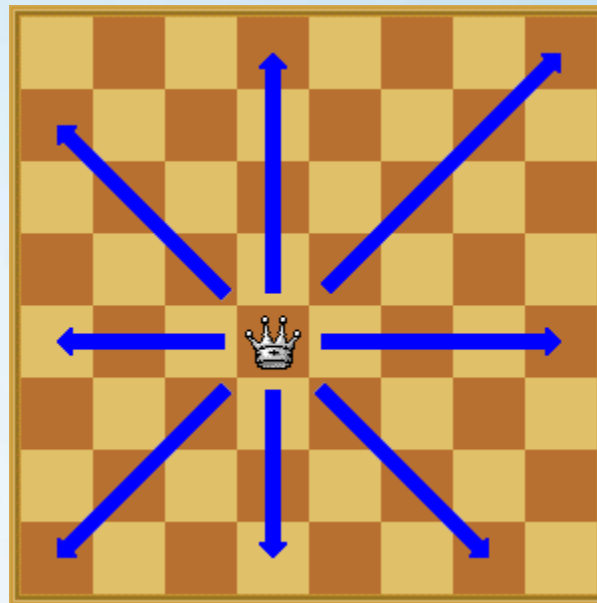


Hay ejemplos de tamaño 250, 500 y 1000 para los que aún no se conoce la cantidad mínima necesaria.

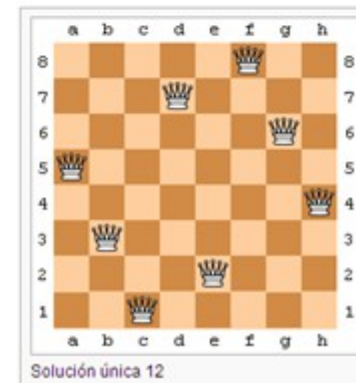
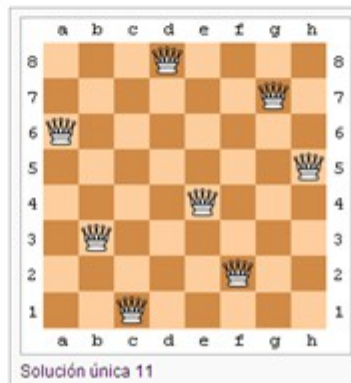
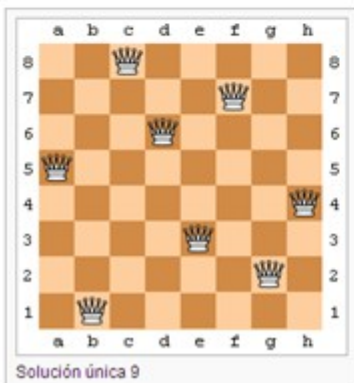
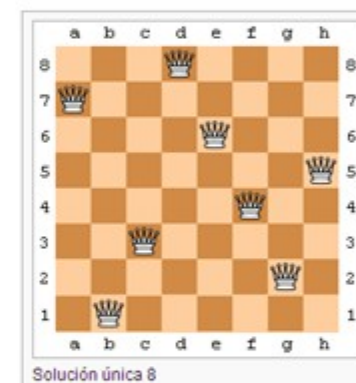
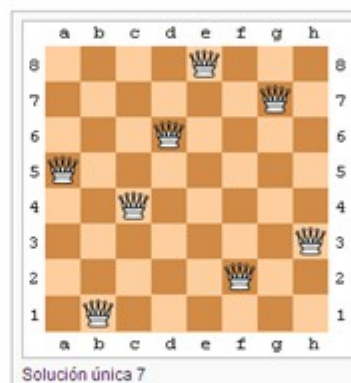
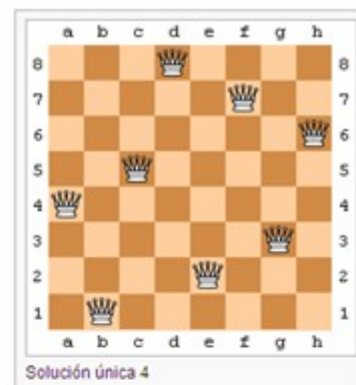


Problema de las 8 reinas

Colocar en un tablero de ajedrez 8 reinas sin que se amenacen



Hay 92 soluciones, 12 son esencialmente “distintas”



Problema de las “n” reinas

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
únicas	1	0	0	1	2	1	6	12	46	92
distintas	1	0	0	2	10	4	40	92	352	724

n	11	12	13	14	...	24	25
únicas	341	1.787	9.233	45.752		28.439.272.956.934	275.986.683.743.434
distintas	2.680	14.200	73.712	365.596		227.514.171.973.736	2.207.893.435.808.352



¿Cómo atarse los cordones?

Hay 43200 maneras diferentes
(6 ojales de cada lado)





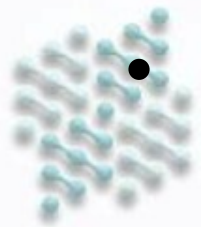
¿Para qué sirven?

Modelizan algunos problemas de la realidad que tienen importantes aplicaciones prácticas.



Ejemplos de Problemas

- Asignación de frecuencias radiales.
- Asignación de aulas a materias.
- Recolección de basura.
- Localización.
- Programación de la producción.
- Cortes de materia prima.
- Asignación de tripulación.
- Distribución en contenedores



¿Cómo se Resuelve un Problema de Optimización Combinatoria?

Fuerza Bruta

Consiste en listar todos los casos y para cada uno calcular su costo, identificando de este modo el caso de costo más conveniente.

Hoy contamos con las computadoras, capaces de hacer millones de operaciones aritméticas y lógicas por segundo.

Podríamos pensar que como son muy eficientes y rápidas no tendremos problemas en resolver los problemas más grandes que se nos presenten.

¿Será cierto?



Problema del Viajante

Un viajante debe recorrer cierta cantidad de ciudades y volver finalmente a la ciudad donde vive.

¿Cuál es el mejor recorrido?

- ✓ El más corto.
- ✓ El más rápido.



Fuerza Bruta

Supongamos que quiero resolver el problema del viajante de comercio para 20 ciudades

¿Cuánto creen que tardaremos en evaluar todos los posibles recorridos?

¡Arriesguen!

1 minuto, 1 hora, 1 día, 1 año, 1 siglo o más?



Fuerza Bruta

Tenemos una computadora que realiza un billón de evaluaciones por segundo
(1.000.000.000.000 x seg)

Hay que evaluar
20!=2432902008176640000 posibilidades

entonces tardaríamos...

2.432.902 seg

= 675 horas =28 dias



Fuerza Bruta

Tenemos una computadora que realiza un billón de evaluaciones por segundo (1.000.000.000.000 x seg)

Hay que evaluar

30!=265252859812191058636308480000000

posibilidades

entonces tardaríamos ...

73.681.349.947.830.849 horas

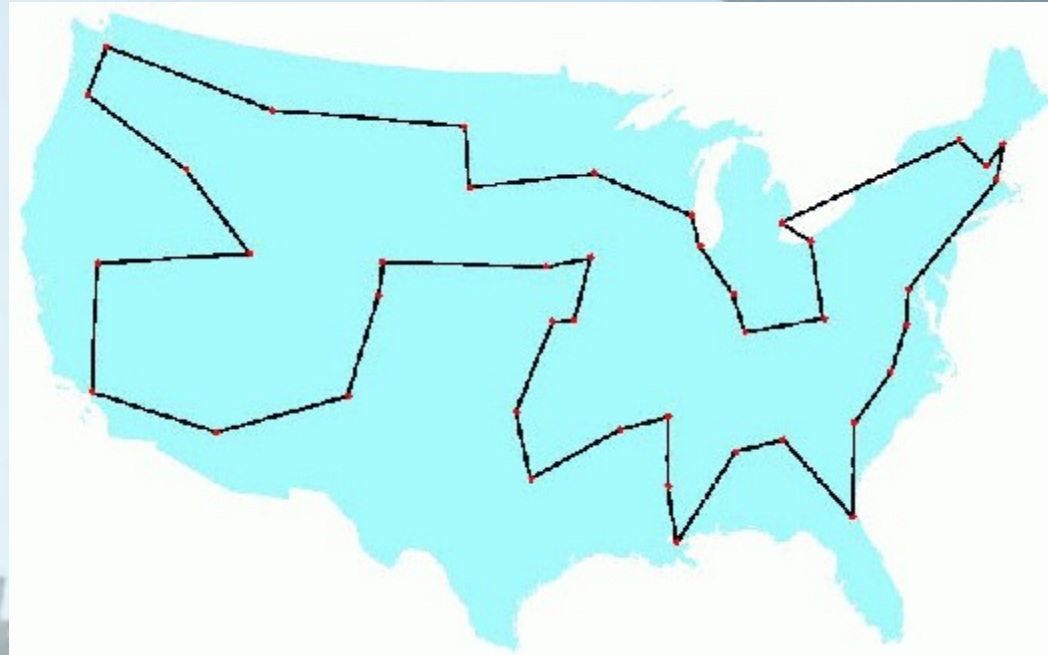
3.070.056.247.826.285 días = 8.411.113.007.743 años

8.411.113.007 siglos

Más Allá de la Fuerza Bruta

En 1954 Dantzig, Fulkerson y Johnson resolvieron un caso de 49 ciudades.

DF&J estaban seguros de que la solución era la mejor del conjunto de $49!$ soluciones posibles.



HELP! WE'RE LOST!

HELP "CAR 54"...AND WIN CASH
 54...\$1,000 PRIZES
 ONE...\$10,000 GRAND PRIZE

Help Teedy and Muldoon find the shortest round trip route to visit all 33 locations shown on the map. All you do is draw connecting straight lines from location to location to show the shortest round trip route.

HERE'S THE CORRECT START...
 Begin at Chicago, Illinois. From there, lines show correct route as far as Erie, Pennsylvania. Next, do you go to Carlisle, Pennsylvania or Wana, West Virginia? Check the easy instructions on back of this entry blank for details.

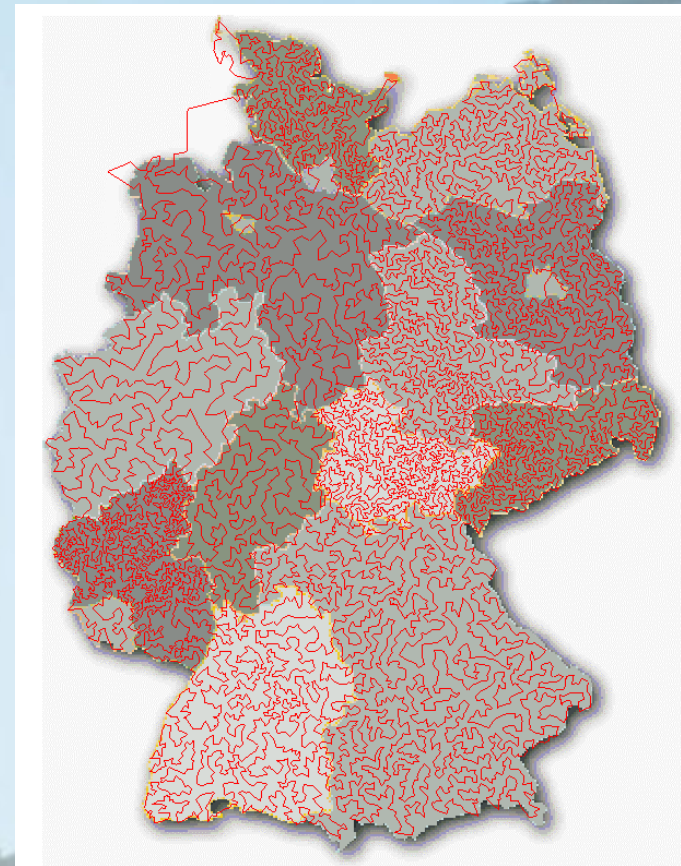
© FROETER & DAVIDLE 1962

OFFICIAL RULES ON REVERSE SIDE

(33 ciudades -1962)

Solución Record de 15.112 Ciudades (2001)

- Resuelta en una red de 110 máquinas en las universidades de Rice y Princeton.
- Tiempo total de cómputo de 22.6 años de una Compaq EV6 Alpha de 500 MHz
- Longitud total de aproximadamente 66.000 Km (Un poco más de una vuelta y media a la tierra por el ecuador).





**Solución
record 24978
ciudades
2004**

91.9 CPU años
Intel Xeon 2.8 GHz

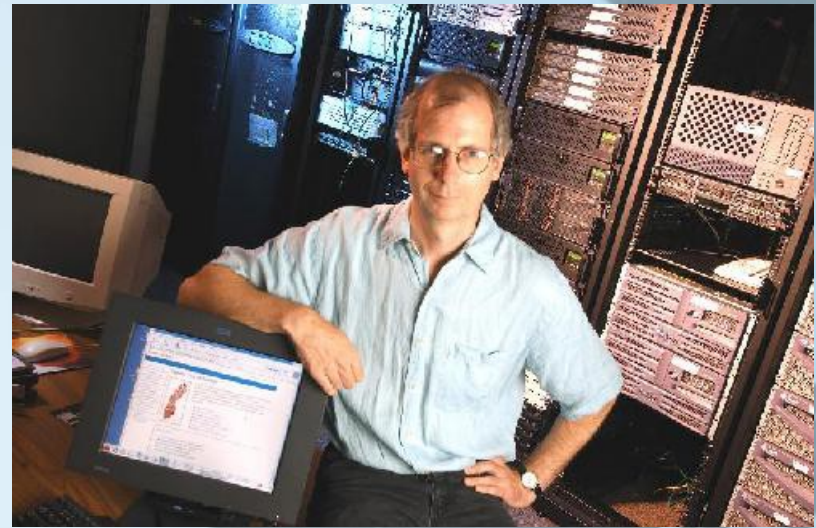
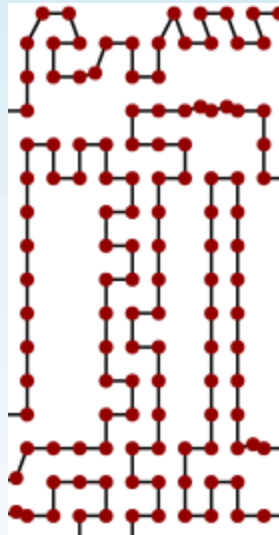
¿Como evolucionó la búsqueda de la solución?

- 855618 km 2001
- 855612 km 2001
- 855610 km 2001
- 855602 km 2003
- 855597 km 2003
- 855597 km 2004





Solución record 85900 ciudades 2006



96 Nodos, 2.8 GHz y 2 GBytes.

¿Cómo evolucionó la búsqueda de la solución?

Fecha	Diferencia	Dias de CPU
Dic.2004	0.0209%	269.5
Marzo 2005	0.0178%	187.8
Mayo 2005	0.0150%	3539.0
Julio 2005	0.0060%	5160.6
Julio 2005	0.0073%	750.9
Julio.2005	0.0054%	1499.1
Agos 2005	0.0036%	7702.7
Agos.2005	0.0049%	347.1
Sept 2005	0.0044%	527.2
Oct 2005	0.0030%	1996.0
Nov 2005	0.0027%	4305.7
Nov 2005	0.0022%	1181.6
Nov.2005	0.0016%	1961.1
Dic 2005	0.0019%	1396.1
Dic 2005	0.0016%	1317.0
Marzo 2006	0.0007%	7748.9
Marzo 2006	Optimo	3698.0
Abril 2006	Optimo	2719.5
Abril 2006	Optimo	512.9
Abril 2006	Optimo	286.2

Problema abierto: 1.904.711 ciudades



H. Nguyen, I. Yoshihara, K. Yamamori y M. Yasunaga
7.518.425.642 Junio 2003

Keld Helsgaun

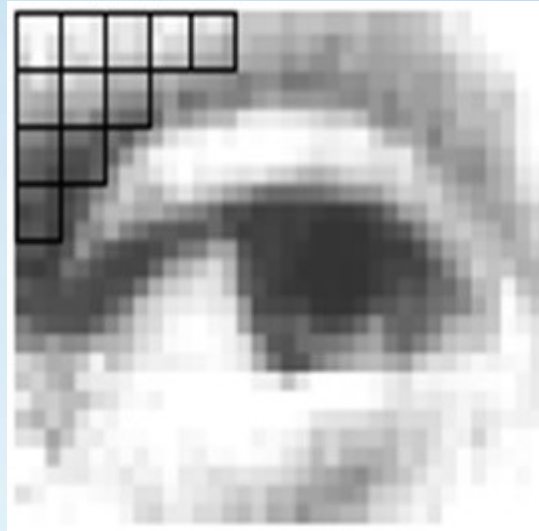
7.517.285.610m	Septiembre 2003
7.515.971.188m	Mayo 2007
7.515.947.511m	Noviembre 2008
7.515.877.991m	Mayo 2009

Valor mínimo **7.512.218.268m** Junio 2009 **Error: 0.0487%**

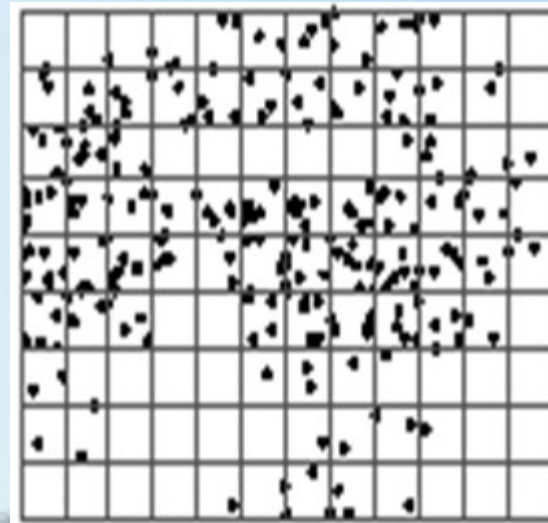


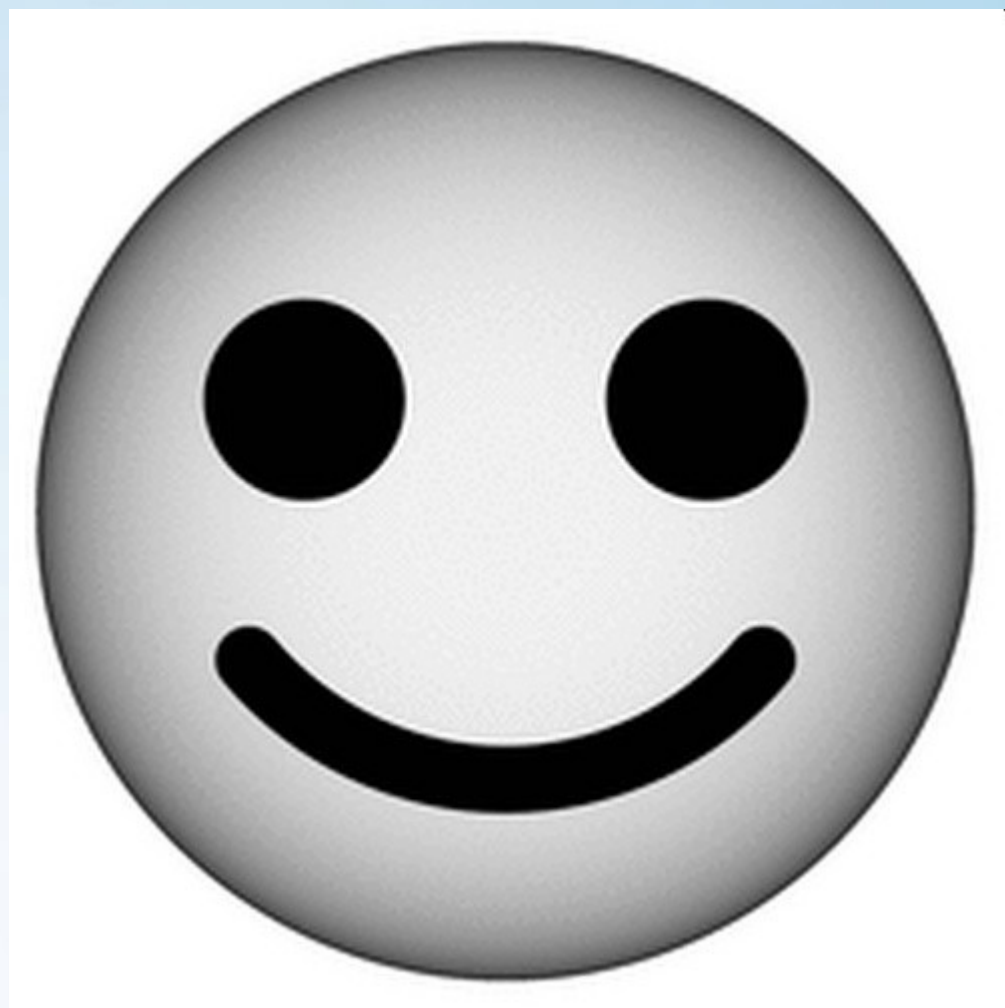


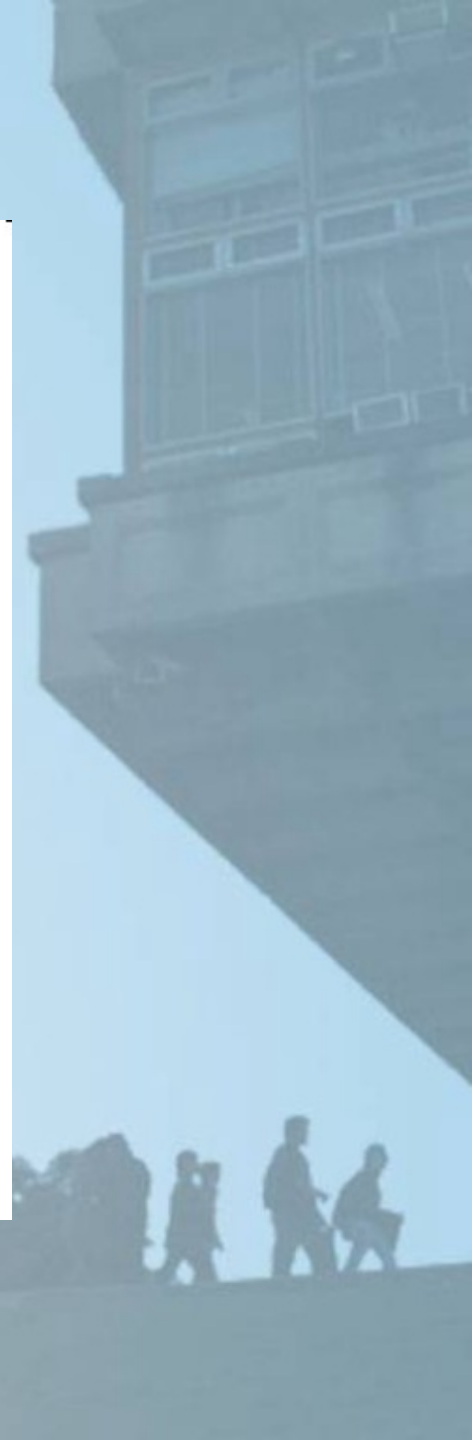
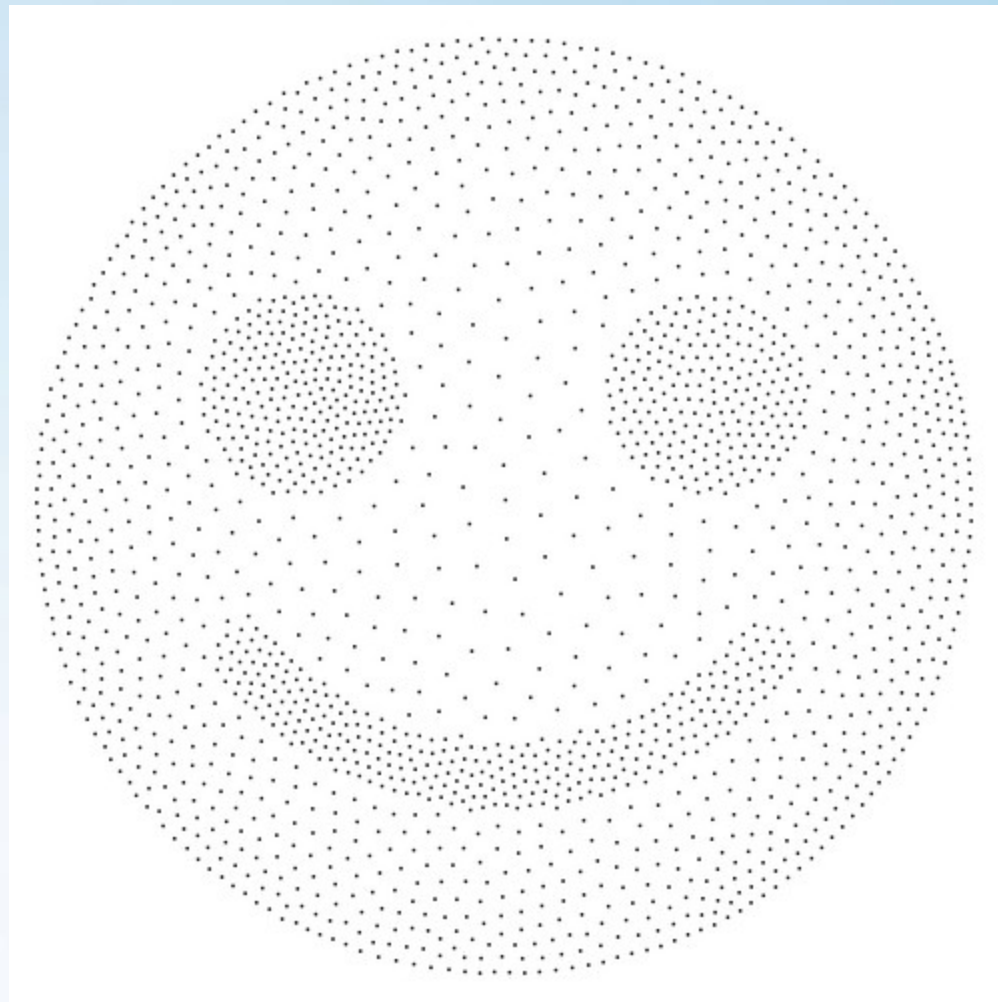
¿Hacemos arte?



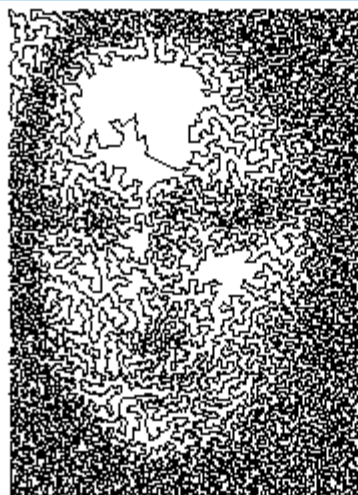
0	1	1	1	2	2	3	3	3	2	0	0
3	3	4	4	4	3	3	3	4	3	2	0
5	6	4	0	0	0	1	0	1	3	3	1
6	5	3	4	5	6	6	6	5	2	3	2
7	6	6	4	2	6	7	7	7	5	2	2
3	5	3	0	0	5	6	6	5	4	2	0
2	1	0	0	0	1	2	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	2	1	0	0
0	0	0	0	1	1	2	3	1	0	0	0







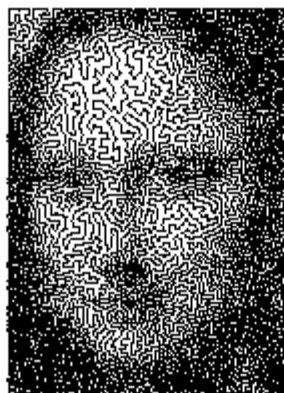




16604
ciudades



21665
ciudades

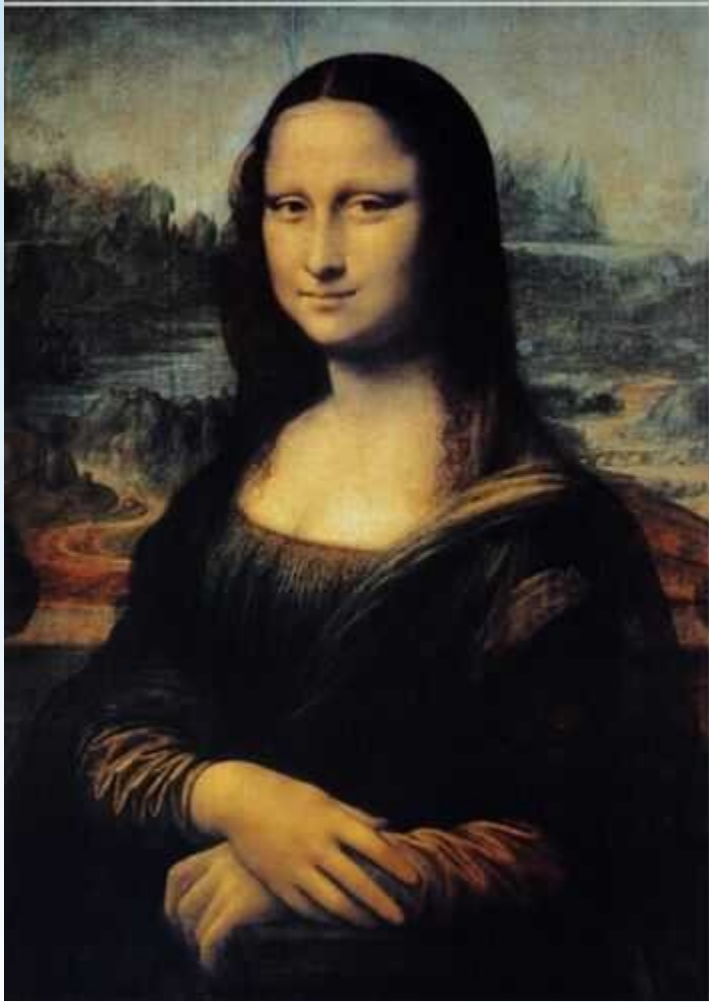


10000
ciudades



10000
ciudades







100.00 ciudades
Longitud: 5.757.199 Cota : 5.757.044





Ciudades:120.000
Longitud: 6.543.643

¿Jugamos al prode?

Tenemos n partidos.

Debemos decir si el resultado es local, empate o visitante.

Gano premio si me equivoco en a lo sumo un partido.

¿Cuál es la cantidad mínima de boletas que debo jugar para asegurarme ganar?



Boletas con 1 partido

	Local	Visitante	Empate
Boca-River	X		

Cualquiera sea el resultado, es boleto ganadora



Boletas con 2 partidos

	Local	Visitante	Empate
Boca-River	X		
Vélez-Racing	X		

	Local	Visitante	Empate
Boca-River		X	
Vélez-Racing	X		

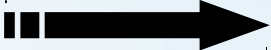
	Local	Visitante	Empate
Boca-River			X
Vélez-Racing	X		

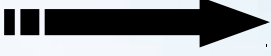


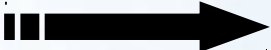
Resultados conocidos

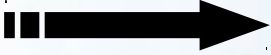
1  1

2  3

3  5

4  9

5  27

6  $65 \leq ? \leq 73$ (hace más de 40 años)

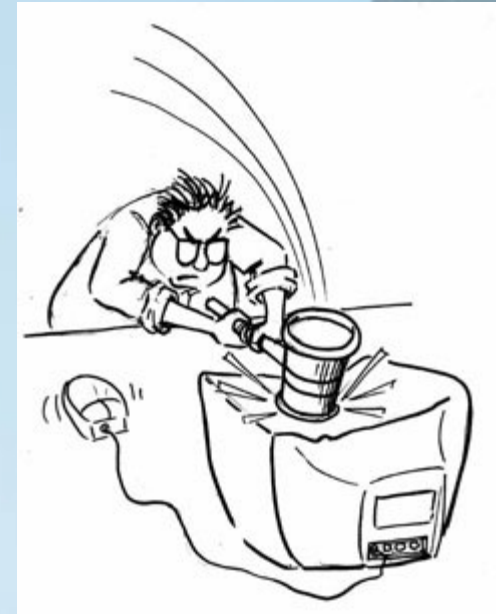


Jeff Linderth (University of Wisconsin, Abril 2006)

Tiempo	47.15 días
Tiempo de CPU	57.31 años
Promedio de computadoras	467.3
Máximo de computadoras	1253

Para demostrar que $70 \leq \cancel{65} \leq ? \leq 73$





Error en el código...

Jeff Linderth (University of Wisconsin, Septiembre 2006)

Tiempo	72.3 días		
Tiempo de CPU	110.01 años		
Promedio de computadoras	555.8		
Máximo de computadoras	2038	70	65 $\leq ? \leq 73$



Jeff Linderoth (University of Wisconsin, Mayo 2007)

Tiempo	19.7 días		
Tiempo de CPU	30.3 años		
Promedio de computadoras	562.4		
Máximo de computadoras	1775	71 70 <=	? <= 73



Problemas Fáciles y Difíciles

- ✓ **Problema fácil:** Verificar que recorro todas las ciudades.
- ✓ **Problema difícil :** Verificar que es el camino mas corto.



Resolución Satisfactoria

¿Cuándo se considera que la computadora resuelve satisfactoriamente un problema?

Cuando el tiempo que tarda en encontrar la solución es “razonable”.



Hay problemas para los cuales las computadoras encuentran la solución en tiempo “razonable”.

Hay problemas para los cuales **TODAVÍA** las computadoras no han podido encontrar la solución en tiempo “razonable”.



¿POR QUÉ?

NO LO SABEMOS...

¿CARACTERÍSTICAS DEL PROBLEMA?

¿LIMITACIÓN HUMANA?

EL DESAFÍO ESTÁ PLANTEADO...

